

自旋, 响应函数, 原子核, 核子

# 核的自旋横向响应函数

⑫

369-371

王子兴 黄唯志  
(中国科学院上海原子核研究所, 201800)

0571.22

## 摘 要

本文用不同的方法计算了 $^{40}\text{Ca}$ 和 $^{12}\text{C}$ 的自旋横向响应函数。用含有 $\Delta$ 自由度的耦合的极化传播子的RPA方程研究了 $\Delta$ -isobar对响应强度的影响, 结果表明它使响应函数减小。在引入体现着多体效应的能量依赖的有效核子质量后, 得到了满意的结果。

## 一、引 言

在过去几年中, 人们从理论与实验两方面广泛研究了核的自旋-同位旋响应函数。在很大的动量转移范围内许多轻核和中重核的横向响应函数的精确实验数据, 是由多举(inclusive)  $(e, e')$  实验提供的。在准弹性峰范围里, 横向响应函数显示出某种共同性的特征<sup>[1]</sup>, 其形状和由费米气体预言的相类似, 但在高能端, 它比模型预言的低, 而在低能端要比预言的高。

在有限动量转移的情况下, 无限核物质理论<sup>[2]</sup>指出, 核的自旋横向响应函数存在着集体性质。对于有限的核体系, Bertsch<sup>[3]</sup>等人发展了一种费米液体的表面响应模型, 假定一个半无限的平板几何形状, 模拟有限核。Cavinato<sup>[4]</sup>使用有效相互作用(如Skyrme力), 在连续RPA的框架下直接计算有限核的响应函数。为了包含相对论效应, Horowitz等人<sup>[5]</sup>用相对论性RPA理论计算了准弹性电子散射的核的横向和纵向响应函数, 但没有得到符合实验的结果。他们认为没有考虑 $\Delta$ 的形成是他们的理论不成功的原因之一, 并相信 $\Delta$ 的形成会使响应函数的高能端升高。然而, 我们的工作<sup>[6]</sup>表明,  $\Delta$ 的影响正好和他们的预期相反。半经典的方法, 由于它能把计算结果和基本的物理思想很清楚地联系起来而被广泛应用<sup>[1]</sup>。它引入了有效质量 $M^*$ 和费米动量 $k_F$ 的径向依赖以及反映N-N相互作用的短程排斥的朗道参数 $g'$ 。虽然这些理论取得一定成功, 但还不能较好地说明实验数据, 特别是响应函数高能端的升高, 这种低估是许许多多“单核子”模型的特色。

文献[1]用唯象的方法引入位置依赖的有效质量来反映响应函数的集体性质, 但这样假定的 $R$ 依赖的有效质量公式有任意性, 缺乏理论和实验根据。

本文也采用半经典的方法计算响应函数, 但不是用 $R$ 依赖的, 而是用Brown和Rho由拟合实验而得到的依赖核子激发能的有效质量的经验公式<sup>[7]</sup>。我们假定其中的激发能

是多个被激发核子的平均激发能,它与总的激发能的关系可由费米气体模型给出<sup>[1]</sup>,它的参数由实验确定,这样确定的有效质量包含了多体效应的影响。考虑到我们讨论的是自旋横向响应函数 ( $T = S = 1, M_s = \pm 1$ ),所以用因子  $\frac{3}{8}$  乘了平均激发粒子数。

## 二、公 式

对于  $Z = N$  的核,自旋横向响应函数被定义为<sup>[9]</sup>

$$R_T(q, \omega) = -\frac{\hbar^2 q^2 V}{\pi M^2 C^2} [G_N^2(q_i) + G_N^2(q_i)] \text{Im} \Pi(q, \omega, k_F), \quad (1)$$

$V$  是包围体系的体积,  $q, \omega$  和  $k_F$  分别是转移的动量、能量和费米动量。  $G_N^2(q_i)$  是质子和中子的磁形状因子,取如下形式

$$[G_N^2(q_i) + G_N^2(q_i)] = (1.91^2 + 2.79^2) / [1 + (q^2 - \omega^2) / 18.1], \quad (2)$$

$\Pi(q, \omega, k_F)$  是自旋  $S = 1$  和同位旋  $T = 1$  时的粒子-空穴的极化传播子,它可以由费米气体模型、或 RPA、或包含  $\Delta$  自由度的耦合的 RPA 方法给出。由第三种方法可以得到总的极化传播子为

$$\Pi_{\omega, i} = \frac{\Pi_N^0 + 4\Pi_\Delta^0 + \Pi_N^0 \Pi_\Delta^0 (4V_{N\Delta} - 4V_{NN} - V_{\Delta\Delta})}{(1 - V_{NN} \Pi_N^0)(1 - V_{\Delta\Delta} \Pi_\Delta^0) - V_{N\Delta}^2 \Pi_N^0 \Pi_\Delta^0}, \quad (3)$$

这里的  $\Pi_N^0$  和  $\Pi_\Delta^0$  分别是自由的粒子-空穴和  $\Delta$ -空穴的极化传播子,如果不考虑  $\Delta$  自由度,令  $\Pi_\Delta^0 = 0$ , 方程(3)就简化成通常的仅包含核子自由度的 RPA 下的  $p-k$  的传播子。如果忽略 N-N 相互作用,则  $\Pi_{\omega, i} = \Pi_N^0$ , 是自由费米气体模型的结果。  $\Pi_\Delta^0$  的形式为

$$\begin{aligned} \Pi_\Delta^0(q, \omega) = & -\frac{4}{9} \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \theta(k_F - k) \\ & \times \left( \frac{1}{M_\Delta - M + (\vec{q} + \vec{k})^2 / 2M_\Delta - (k^2 / 2M) - \omega - i\Gamma_\Delta} \right. \\ & \left. + \frac{1}{M_\Delta - M + (\vec{q} + \vec{k})^2 / 2M_\Delta - (k^2 / 2M) + \omega - i\Gamma_\Delta} \right), \quad (4) \end{aligned}$$

这里的  $\theta(k_F - k)$  是阶梯函数,  $M_\Delta$  和  $M$  分别是  $\Delta$  和核子的质量,  $\Gamma_\Delta$  是  $\Delta$  的宽度

$$\Gamma_\Delta = \Gamma_0 \left( \frac{q_{\check{c}M}^2}{q_{\check{c}M_{res}}^2} \right)^2 \frac{M_\Delta}{\sqrt{S}} F[(q_{\check{c}M}^2)^2], \quad (5)$$

其中  $S$  是  $\Pi N$  系统的质心能量, 常数  $\Gamma_0 = 115.36 \text{ MeV}$ ,  $q_{\check{c}M}$  是在  $\Delta$  静止系里的衰变  $\pi$ -介子的动量

$$q_{\check{c}M} = \left( \frac{[S - (M + m_\pi)][S - (M - m_\pi)]}{4S} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

$q_{\check{c}M_{res}} = 228.06 \text{ MeV}$  是它在共振处的值。Mandestan 变数  $S$  和  $\vec{k}, \vec{q}$  及  $\omega$  有下面的关系式

$$S = (\omega + \sqrt{k^2 + M^2})^2 - (\vec{q} + \vec{k})^2, \quad (7)$$

$F[(q_{\check{c}M}^2)^2]$  是  $\Pi N \Delta$  顶角的形状因子

$$F[(q_{\check{c}M}^2)^2] = 1.6 / [1 + (q_{\check{c}M}^2 / 182)^2], \quad (8)$$

核子的粒子-空穴相互作用有如下形式

$$V_{NN}(q) = \frac{4f_{\pi}^2}{\mu_{\pi}^2} \left[ g'_{NN}(q) - C_{\rho} \left( \frac{\Lambda_{\rho}^2 - m_{\rho}^2}{\Lambda_{\rho}^2 + q^2} \right)^2 \frac{q^2}{q^2 + m_{\pi}^2} \right], \quad (9)$$

其中  $f_{\pi}^2/4\pi\hbar c = 0.08$ ,  $\mu_{\pi} = m_{\pi}c/\hbar$ ,  $m_{\pi} = 140\text{MeV}$ ,  $\Lambda_{\rho} = 2000\text{MeV}$ ,  $m_{\rho} = 770\text{MeV}$ ,  $C_{\rho} = 2.18$ ,  $g'_{NN}(q)$  是由 Dickhoff 和 Mütter 相互作用抽取出来的<sup>[6]</sup>, 他们的相互作用是由解 Bonn 势的 G-矩阵方程导出的, 同样也得到了  $V_{N\Delta}$  和  $V_{\Delta\Delta}$  相互作用, 它们和  $V_{NN}$  的不同在于用  $g'_{N\Delta}$  和  $g'_{\Delta\Delta}$  代替  $g'_{NN}$ .

半经典的描述相当于下列的替换:

$$V \text{Im}\Pi(q, \omega, k_F) \rightarrow 4\pi \int_0^{R_c} dR R^2 \text{Im}\Pi(q, \omega, k_F(R)), \quad (10)$$

定域费米动量  $k_F(R)$  由下面的方程定义:

$$\frac{\hbar^2 k_F^2(R)}{2M} + W(R) = \frac{\hbar^2 k_F^2(0)}{2M} + W(0), \quad (11)$$

对于核子数为  $A$  的核,  $k_F(0)$  由条件

$$\int_0^{R_c} d^3R \theta(R_c - R) \rho(R) = \int_0^{R_c} d^3R \theta(R_c - R) \frac{2k_F^3(R)}{3\pi^2} = A \quad (12)$$

确定. 积分上限  $R_c$  由方程

$$k_F(R_c) = 0 \quad (13)$$

来确定. Woods-Saxon 势

$$W(R) = \frac{V_0}{1 + e^{(R-R_0)/a_0}} \quad (14)$$

中的参数见下表

表 1 Woods-Saxon 势参数

	$V_0(\text{MeV})$	$R_0(\text{fm})$	$a_0(\text{fm})$
$^{12}\text{C}$	-50	2.59	0.54
$^{40}\text{Ca}$	-48	3.92	0.58

为了反映被激发核子的多体效应, 我们用能量依赖的有效质量代替自由核子的质量. 文献[7]给出的有效质量的经验公式为

$$M^* = M \left[ 1 - \frac{d}{d\varepsilon} (\Delta V(\varepsilon)) \right] = M + \frac{M d_0 E_0}{\varepsilon^2 + E_0^2} - \frac{2M d_0 E_0 \varepsilon^2}{(\varepsilon^2 + E_0^2)^2}, \quad (15)$$

这里的  $d_0 = 12\text{MeV}$  和  $E_0 = 22.4\text{MeV}$  适用于核子数为 12—60 的核,  $\varepsilon$  是粒子相对于费米能的激发能.

自旋横向响应函数具有集体激发的性质, 当激发能为  $E$  时, 将有多数粒子被激发, 被激发粒子的平均数为<sup>[8]</sup>

$$n_{ex} = \frac{3}{8} \frac{6}{\pi^2} (aE)^{\frac{1}{2}} \ln 4, \quad (16)$$

这里的参数  $a$  是由观察到的慢中子共振的平均间隔来确定的. 对于  $^{40}\text{Ca}$ ,  $a = 6$ ; 而对于  $^{12}\text{C}$ ,  $a = 4$ . 上式和文献[8]中相应的公式相比, 多了一个因子  $\frac{3}{8}$ . 这是因为在那里包含

了所有自旋-同位旋道,而这里考虑的是自旋横向响应函数,仅  $T = S = 1$  和  $M_S = \pm 1$  的道被考虑。为简单起见,我们取平均激发能为单个核子的激发能。这样方程(15)中的  $\varepsilon$  可以由总激发能  $E$  表示出来:

$$\varepsilon = \frac{8}{3} \cdot \frac{\pi^2}{6} \cdot \left(\frac{E}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\ln 4} \quad (17)$$

### 三、结果和讨论

对于  $^{40}\text{Ca}$ , 在动量转移  $q = 410\text{MeV}/c$  时, 核的自旋横向响应函数随能量转移的变

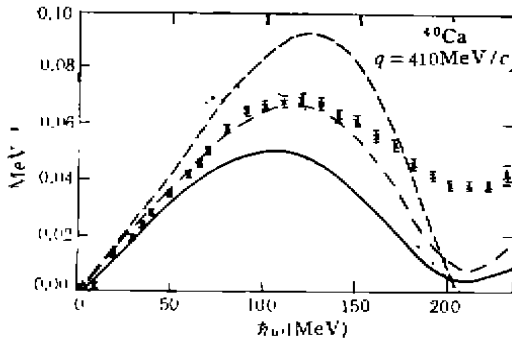


图1  $q = 410\text{MeV}/c$  时  $^{40}\text{Ca}$  的横向响应函数  
实验值取自文献[10]。点线: 壳模型; 虚线: 不含  $\Delta$  的  
RPA,  $M^*(\varepsilon)$ ; 点-虚线: 含  $\Delta$  的 RPA,  $M^*(\varepsilon)$ ; 实  
线: 含  $\Delta$  的 RPA,  $M^* = M$ 。

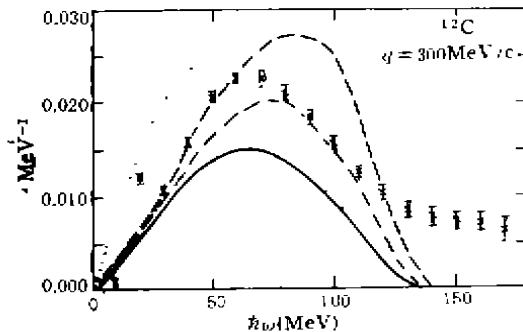


图2  $q = 300\text{MeV}/c$  时  $^{12}\text{C}$  的横向响应函数  
图例说明同图1

化的实验值以及各种理论值都表示在图1里。点线是壳模型计算的结果,它假定核子在 Woods-Saxon 阱里运动,其参数列在表1里。虚线是仅包含核子自由度的 RPA 的结果,但使用了由(15)式给的有效质量。用方程(3),即耦合的 RPA 理论计算得到了点-虚线。同样地使用方程(3),但不用有效质量,而用自由核子质量,得到的是实线。图2像图1一样,是对于  $^{12}\text{C}$ , 动量转移  $q = 300\text{MeV}$  时的情况。

从图上可以看出,基于核子在平均场中运动的壳模型也粗略地再现了实验曲线的形状,虽然两曲线峰的位置及高度不同,但还是可以把它看作考虑问题的起点。把虚线和点-虚线相比较时,可以发现  $\Delta$  的作用是明显的。点-虚线相对虚线低了很多,甚至在能量小于  $100\text{MeV}$  时,都可看出  $\Delta$  的作用。它使得理论值和实验值,除高能端之外,有非常满意的一致。这表明了引入  $\Delta$  的必要性。

关于高能端的理论值小于实验值的原因,我们认为在这样的能量下,应该考虑多粒子多空穴的激发,而单粒子单空

穴的理论就不合适了;另外,我们使用的是自由核子的磁形状因子,实际上它是真实形状因子在能壳上的一个表示,认为它在有介质时没有改变。但是当核子在核内时,它同样可以是离壳的,然而这里没有考虑多体效应对这个在符合实验数据方面有十分重要意义的形状因子的影响。

当把实线和点-虚线比较时,人们发现实线太低,而点-虚线和实验值符合得相当好。

它们的差别仅在于前者使用了自由核子质量, 而后者为有效质量。在有关计算有效质量的公式中的参数都是由实验定的, 反映着核子在核内受到的复杂的多体影响。自旋横向响应函数具有集体性质, 而在我们计算中, 通过有效质量, 体现了多体效应, 得到满意的结果。这也使我们理解了为什么“单核子”模型的结果, 在高端总是比实验的低。有效质量的引入明显地改善了理论结果, 这表明在很大的程度上它反映了响应函数中的多体效应。然而, 单用这一个物理量也还是不够的, 像上面提到的形状因子的多体效应也是个敞开的问题。

### 参 考 文 献

- [1] W. M. Albrico, P. Czerski, M. Ericson, A. Molinari, *Nucl. Phys.*, **A462**(1987), 269.
- [2] W. M. Albrico, M. Ericson, A. Molinari, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **154**(1984), 356.
- [3] G. F. Bertsch, O. Scholten, *Phys. Rev.*, **C25**(1982), 804.
- [4] M. Cavinato, D. Drechsel, H. Fein, M. Marangoni, A. M. Saruis, *Nucl. Phys.*, **A423**(1984), 376.
- [5] C. J. Horowitz and J. Piekarewicz, *Nucl. Phys.*, **A511**(1990), 461.
- [6] W. M. Albrico, M. Ericson, A. Molinari, Zi-Xing Wang *Phys. Lett.*, **B233**(1989), 37.
- [7] C. Mahaux, P. F. Bortignon, R. A. Broglia, C. H. Dasso, *Phys. Rep.*, **120**(1985), 1.
- [8] A. Bohr and R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. 1 (Benjamin, New York, 1969).
- [9] W. M. Albrico, M. Ericson, A. Molinari, *Nucl. Phys.*, **A379**(1982), 429.
- [10] P. Barreau et al., *Nucl. Phys.*, **A402**(1983), 515.

## Nuclear Spin Transverse Response Function

WANG ZIXING HUANG WEIZHI

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, 201800)

### ABSTRACT

The spin transverse response functions for  $^{40}\text{Ca}$  and  $^{12}\text{C}$  in different approximations have been calculated. By using the coupled RPA equations for polarization propagator including the delta degree of freedom, the influence of the delta on the response function has been investigated. The results show that they are reduced explicitly. Introducing the energy dependent effective nucleon mass, which embodies the manybody effects, the satisfactory results are obtained.