

## Kinoform单透镜的硬X射线聚焦性能\*

陈直<sup>1)2)</sup> 许良<sup>1)2)</sup> 陈荣昌<sup>1)</sup> 杜国浩<sup>1)</sup> 邓彪<sup>1)</sup> 谢红兰<sup>1)</sup> 肖体乔<sup>1)2)†</sup>

1) (中国科学院上海应用物理研究所, 上海 201800)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2015年2月10日收到; 2015年3月25日收到修改稿)

Kinoform单透镜可以高效聚焦硬X射线至纳米量级, 在X射线纳米显微学和纳米光谱学领域有着重要的应用前景. 基于衍射光学和傅里叶光学理论, 给出了X射线经由Kinoform单透镜聚焦的物理模型, 基于数值模拟, 研究了不同材料、光子能量、台阶数量和顶点曲率半径对Kinoform单透镜聚焦性能的影响. 结果表明, 孔径为1 mm的Kinoform单透镜对30 keV的X射线聚焦, 可以得到14 nm焦斑、62  $\mu\text{m}$ 焦深, 且可实现4个量级的光强增益和大于30%的光强透过率.

关键词: 硬X射线, Kinoform, 聚焦, 物理光学

PACS: 41.50.+h, 78.20.Bh, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.64.164104

## 1 引言

近年来, 随着低发射度电子加速器的发展<sup>[1]</sup>, 尤其是衍射极限储存环 (diffraction-limited storage rings, DLSRs) 的出现<sup>[2]</sup>, 同步辐射X射线光束的相干性逐渐提高<sup>[3]</sup>, 大幅提升了显微学和光谱学在纳米空间尺度上的研究能力, 在材料结构与动力学、生物物理与蛋白质晶体学、地球物理与环境科学等诸多领域不断取得新的研究成果<sup>[4-7]</sup>. X射线纳米显微学和纳米光谱学不仅要依靠性能优良的光源, 还需要能高效聚焦X射线的光学器件. 在过去的十年里, 波带片<sup>[8]</sup>、劳厄镜<sup>[9]</sup>、全反射镜<sup>[10]</sup>以及折射透镜<sup>[11]</sup>在制造技术和应用方面都取得了长足进步, 其聚焦光斑尺寸均可达纳米量级. 波带片和劳厄镜同属衍射聚焦器件, 其聚焦光斑尺寸受到最外层条纹宽度的限制, 并且衍射效率低于30%, 工作的光子能量范围小于20 keV<sup>[12]</sup>. 全反射镜主要采用Kirkpatrick-Baez (K-B) 镜的形式, 由两块正交放置的凹面反射镜组成, 在掠入射条件下实现

X射线的聚焦. 应用于纳米聚焦的K-B镜需要极高的加工质量和装配精度<sup>[10]</sup>.

X射线复合折射透镜由多个完全相同<sup>[13]</sup>或者孔径匹配<sup>[14]</sup>的凹透镜组合而成, 其设计和定位相对简单, 从而得到了广泛应用<sup>[15]</sup>. 从理论上讲, 复合折射透镜适用于从低能4 keV到高能1 MeV的整个硬X射线波段<sup>[15]</sup>. 早期的X射线折射透镜是在铍、硼、石墨、铝和高分子材料上打圆孔<sup>[15]</sup>, 形成柱面透镜组, 实现一维聚焦, 或者正交放置两个透镜组<sup>[16]</sup>, 实现二维聚焦. 为了提高二维聚焦的性能, 提出了玻璃管塑料球透镜. 然而, 成像实验结果表明, 这种透镜会产生强烈的球差<sup>[17]</sup>. 针对这一问题, Lengeler等<sup>[18]</sup>使用压铸工艺制作的抛物面折射透镜在2—50 keV范围内实现了无像差显微成像, 并获得了100 nm空间分辨率的全场放大显微断层像<sup>[19]</sup>. 但是, 由于凹透镜边缘厚度对X射线具有强吸收, 复合折射透镜的数值孔径无法通过增大几何孔径的方法获得进一步的提升. 因此, 小孔径、短焦距的折射透镜设计开始受到关注. Aristov等<sup>[20]</sup>采用电子束光刻和等离子体刻蚀的方法, 在

\* 国家自然科学基金 (批准号: 81430087, 11275257, 11375257)、国家自然科学基金联合重点项目 (批准号: U1232205)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2010CB834301) 和 CAS-CSIRO 国际合作项目 (批准号: GJHZ1303) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tqxiao@sinap.ac.cn

硅片上制作了第一个X射线平面抛物线透镜, 实验测得18 cm的焦距. 此后, 随着半导体工艺普遍应用于X射线折射透镜的加工, 各种不同材料<sup>[21]</sup>、不同几何结构<sup>[14,22]</sup>的折射透镜相继出现.

自Snigirev等<sup>[13]</sup>首次实现折射透镜聚焦X射线以来, X射线折射透镜就采用透镜组的设计方法. 直到2011年, Alianelli等<sup>[23]</sup>用单个Kinoform透镜在欧洲光源ID06高亮度波荡器光源上实现了垂直方向的X射线一维聚焦, 得到了200 nm的聚焦光斑. 这种透镜是在单晶硅片上刻蚀Kinoform图案, 一般具有亚毫米量级的几何孔径, 特别适用于发射度小、亮度高的同步辐射光源, 是一种发展X射线聚焦光学元件的新途径. 但是, 这方面的研究尚处在起步阶段, 目前该类器件聚焦性能的系统研究和优化设计尚未见报道. 针对这些问题, 基于波动光学模型, 本文系统研究了材料、光子能量、台阶数量和顶点曲率半径等因素对Kinoform单透镜聚焦性能的影响, 并用一个实例给出了该类透镜的优化设计.

## 2 物理模型

X射线Kinoform透镜是在凹面折射透镜的基础上, 去除透镜厚度中提供 $2\pi$ 整数倍相位差的部分. 如图1所示, 以 $2\pi$ 相位差Kinoform单透镜为例, 其中被去除的部分, 也就是一个台阶的长度 $L_{2\pi} = \lambda/\delta$ , 其中 $\lambda$ 是波长,  $\delta$ 是空气与介质的折射率差,  $o$ 为坐标原点,  $z$ 轴为光轴,  $r$ 轴为透镜前表面的一维坐标轴,  $f$ 为焦距,  $a$ 和 $b$ 分别为椭圆的长半轴和短半轴. 不同于组合折射透镜的折射边界是圆或者抛物线<sup>[11,13,14,20]</sup>, Kinoform单透镜的折射边界是椭圆. 在平行光入射的情况下, 应用费马原理, 可以推导出椭圆是X射线折射透镜无球差聚焦的折射边界精确解. 不失一般性, 在图1中, 考虑沿光轴行进的光线1和在点 $(z, r)$ 处被边界折射的光线2. 光线1走过的光程是 $f$ , 也就是焦距; 光线2走过的光程分为两部分, 第一部分是和光轴平行的部分 $\lambda/\delta + (z - \lambda/\delta)n$ , 其中 $n$ 是介质的折射率, 第二部分是偏折后的部分 $[(f - z)^2 + r^2]^{1/2}$ . 由于光线1与光线2汇聚于焦点处产生 $2\pi$ 位相差, 所以

$$f + \lambda = \lambda/\delta + (z - \lambda/\delta)n + [(f - z)^2 + r^2]^{1/2}. \quad (1)$$

由于波长 $\lambda$ 远短于焦距 $f$ , 并且 $\delta$ 约等于 $1 - n$ , 所以整理(1)式, 可以得到折射边界曲线是一个如下形式的椭圆:

$$\frac{r^2}{f^2(1-n)/(1+n)} + \frac{[z - f/(1+n)]^2}{f^2/(1+n)^2} = 1. \quad (2)$$

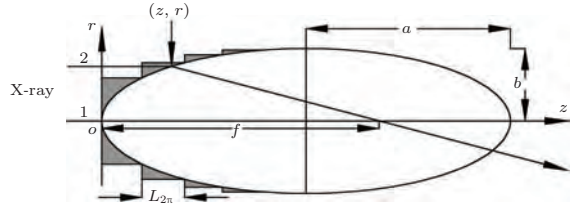


图1 Kinoform单透镜结构示意图

Fig. 1. Schematics for the X-ray single Kinoform lens.

这个椭圆的中心在 $(f/(1+n), 0)$ , 长半轴 $a = f/(1+n)$ , 略大于 $f/2$ , 短半轴 $b = f[(1-n)/(1+n)]^{1/2}$ , 远小于 $f$ . 由于长半轴大于 $f/2$ , 所以焦点一定在椭圆内. 另外, 由于椭圆的短轴长度限制了通光孔径的大小, 致使只有椭圆的左半边对光线有折射作用. 对于那些离轴距离大于椭圆短半轴长度的光线, 因为它们无法到达折射边界, 所以透镜对它们没有折射作用. 如果以光轴为对称轴, 旋转该椭圆的左半边成为一个椭球面, 那么该椭球面为X射线无球差聚焦折射光学曲面的精确解. 把 $z = mL_{2\pi}$ 代入(2)式, 得到相邻两个台阶交点处的纵坐标:

$$r_m = 2(1-n)m f L_{2\pi} - (1-n^2)m^2 L_{2\pi}^2, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

进而可以求出台阶宽度 $w_p = r_p - r_{p-1}$ ,  $p = 1, 2, 3, \dots$ .

在实际应用中, 由于光束或多或少都带有一些发散角, 所以在图1所示的聚焦透镜前面加入一个准直透镜, 形成如图2所示的结构, 使入射光束准直后聚焦. 图2中S是光源点, S'是焦点. 加入的准直透镜依然是在凹面折射透镜的基础上去除透镜厚度中提供 $2\pi$ 整数倍相位差的部分. 依照光路可逆原理, 使用与图1完全相同的分析方法, 可以得出准直透镜的全部参数. 由于加工工艺误差和光束发散角的影响, 光束经过相邻两个台阶所产生的位相差可能偏离 $2\pi$ 整数倍. 对于弯铁光源, 偏差值在 $10^{-2}$ — $10^{-1}$ 范围内; 对于波荡器光源, 偏差值在 $10^{-5}$ — $10^{-4}$ 范围内, 可以忽略不计<sup>[23]</sup>.

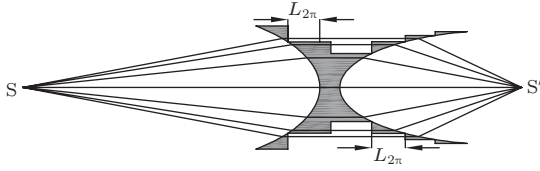


图2 Kinoform 单透镜聚焦 X 射线点光源示意图  
Fig. 2. Schematics for focusing the point source by the X-ray single Kinoform lens.

在过去的几年里, 由于一批新光源的建成和已有光源的升级改造<sup>[1]</sup>, 同步辐射 X 射线的相干性有了很大的提高<sup>[2]</sup>, 甚至出现了完全空间相干的 X 射线自由电子激光<sup>[24]</sup>. 对于相干 X 射线而言, 以往用于设计和模拟相干性较差的 X 射线器件的几何光学模型(例如: 常用的光线追迹软件 SHADOW) 已不再适用<sup>[25]</sup>, 迫切需要发展一种可以模拟相干 X 射线聚焦的新方法. 基于菲涅耳-基尔霍夫衍射积分和傅里叶光学的波动光学方法可以很好地处理相干 X 射线的传输问题, 已在一些 X 射线光学器件的设计中得到了应用<sup>[14,24,26]</sup>.

光场矢量的横向分量在自由空间或者光学介质中的传播可以表示成衍射积分的形式<sup>[27]</sup>. 对于实际应用中的绝大多数情况, 衍射积分可以用传播因子的形式表达<sup>[26]</sup>:

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}_{\perp i}(x_i, y_i, \omega, x_s, y_s, z_s, x'_s, y'_s, \gamma_s) \\ &= \iint \mathbf{K}_i(x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \omega) \mathbf{E}_{\perp i-1}(x_{i-1}, \\ & y_{i-1}, \omega, x_s, y_s, z_s, x'_s, y'_s, \gamma_s) dx_{i-1} dy_{i-1}, \quad (4) \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{K}_i(x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \omega)$  是传播因子, 一般情况下,  $\mathbf{K}_i(x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \omega)$  是由入射面坐标  $(x_{i-1}, y_{i-1})$ 、出射面坐标  $(x_i, y_i)$  和光的角频率  $\omega$  共同决定的一个矩阵;  $\mathbf{E}_{\perp i-1}$  和  $\mathbf{E}_{\perp i}$  是光矢量的横向分量在自由空间或者光学器件前后两个表面上的分布. 这两个光矢量的值不仅仅取决于空间坐标和光的角频率  $\omega$ , 而且与光源点的空间坐标  $(x_s, y_s, z_s)$ 、发散角  $(x'_s, y'_s)$  和电子能量  $\gamma_s$  有关. 一般情况下,  $x_s, y_s, x'_s$  和  $y'_s$  都很小, 并且  $\mathbf{E}_{\perp}$  对  $z_s$  的依赖通常在模拟电子在储存环中的自发辐射时就被忽略<sup>[26]</sup>.

依照惠更斯-菲涅耳原理, 在傍轴近似条件下, 两个相互平行的平面内的自由空间中, (4) 式的传播因子可以表示为

$$\mathbf{K}_i(x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \omega)$$

$$\begin{aligned} &= [-j/(\lambda L)] \exp \left\{ kj [L^2 + (x_i - x_{i-1})^2 \right. \\ & \left. + (y_i - y_{i-1})^2]^{1/2} \right\} \mathbf{I}, \quad (5) \end{aligned}$$

其中波束  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $L$  为两个平行平面之间的距离,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵. 进一步把根号下的式子按照泰勒级数展开, 并且在  $L \gg |x_i - x_{i-1}|$ ,  $L \gg |y_i - y_{i-1}|$  的条件下, 得到

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_i(x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \omega) \\ &= (-j/(\lambda L)) \exp(jkL) \exp \left\{ \frac{kj}{2L} [(x_i - x_{i-1})^2 \right. \\ & \left. + (y_i - y_{i-1})^2] \right\} \mathbf{I}, \quad (6) \end{aligned}$$

(6) 式是菲涅耳近似条件下的传播因子, 使得 (1) 式得以用卷积或者快速傅里叶变换 (FFT) 的方法计算.

除了 X 射线在自由空间和一般光学介质中传播外, 还有一种在傅里叶光学里广泛使用的薄器件模型, 它的传播因子可以表示为

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_i(x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, \omega) \\ &= \mathbf{T}(x_i, y_i, \omega) \delta(x_i - x_{i-1}) \delta(y_i - y_{i-1}), \quad (7) \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{T}(x_i, y_i, \omega)$  是一个复振幅透过率矩阵,  $\delta(x)$  是  $\delta$  函数. 对于各向同性介质,

$$\mathbf{T}(x_i, y_i, \omega) = t(x_i, y_i, \omega) \mathbf{I}, \quad (8)$$

其中  $t(x_i, y_i, \omega)$  是一个标量复振幅透过率函数. 把 (7) 和 (8) 代入 (4) 式, 化简 (4) 式为一个简单的乘积形式:

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}_{\perp i}(x_i, y_i, \omega, x_s, y_s, z_s, x'_s, y'_s, \gamma_s) \\ &= t(x_i, y_i, \omega) \mathbf{E}_{\perp i-1}(x_i, y_i, \omega, x_s, y_s, z_s, x'_s, y'_s, \gamma_s). \quad (9) \end{aligned}$$

傍轴近似条件下, 在区间  $r_m \leq \sqrt{x_i^2 + y_i^2} < r_{m+1}$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) 内, Kinoform 透镜的复振幅透过率函数可以用分段函数表达<sup>[20,28]</sup>:

$$\begin{aligned} & t_{KL}(x_i, y_i, \omega) \\ &= \exp \left[ \left( -\frac{j\omega\delta}{c} - \frac{\omega\beta}{c} \right) \left( \frac{x_i^2 + y_i^2}{2f\delta} - mL_{2\pi} \right) \right] \\ & \quad \times \exp \left( -\frac{\omega\beta d}{c} \right), \quad (10) \end{aligned}$$

其中  $c$  是真空中光速,  $\beta$  是吸收因子. 第一个指数项表示透镜厚度变化引起的位相变化和振幅衰减, 第二个指数项表示透镜中心厚度引起的常数项振幅衰减. 基于 (6) 和 (10) 式这两个传播因子, 可

以使用FFT算法计算(4)式的迭代积分, 求出Kinoform单透镜后的光波复振幅分布, 进而求出光强分布.

### 3 优化设计

X射线纳米显微学和纳米光谱学不仅需要性能优良的光源, 还需要可以把X射线高效聚焦的光学元件. 为了提高光学元件的聚焦性能, 必须进行优化设计. 依据光源的特点, 聚焦同步辐射或X射线自由电子激光要求透镜几何孔径在100 μm至1 mm之间、焦距在1 m以内, 优化设计后, 要求其聚焦光斑尺寸可达十几纳米、光强增益在三个量级以上. 基于第2节的物理模型, 设计参数参考上海光源X射线成像光束线, 透镜距离光源点34 m, 光束到达透镜处的纵向光斑尺寸可以覆盖整个透镜孔径, 光子能量选择在生物医学及材料科学等领域有着广泛应用的30 keV [5]. 作为一个实例, 给出了几何孔径为200 μm、焦距为1 m的金刚石Kinoform单透镜的聚焦结果, 如图3所示. 其中纵轴 $I/I_0$ 是光强增益, 图3(a)中的 $r$ 轴是焦平面的一

维坐标, 图3(b)中的 $z$ 轴是光轴, 该透镜的聚焦光斑尺寸为186 nm, 焦深为7 mm, 光强增益为1000倍. 在此基础上, 本文系统地模拟研究透镜材料、光子能量、台阶数量和顶点曲率半径等因素对Kinoform单透镜聚焦性能的影响, 以实现其优化设计.

#### 3.1 透镜材料

由于材料的光学参数对透镜的聚焦性能有着重要影响, 所以我们首先比较金刚石、铝和硅三种材料Kinoform单透镜的聚焦能力, 也就是不同材料的透镜能够实现的最小聚焦光斑和最大光强增益. 由第2节的分析可知, Kinoform单透镜可以得到的最大几何孔径就是椭圆的短轴长 $2b$ , 此时透镜的数值孔径 $NA$ 取得最大值

$$NA_{\max} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + (f - a)^2}} = \sqrt{2\delta - \delta^2}, \quad (11)$$

其中 $a$ 和 $b$ 取决于焦距 $f$ 和材料的折射率 $n$ . 结合衍射极限聚焦光斑的半高全宽(full-width at half-maximum, FWHM)尺寸 [14]

$$d_t(\text{FWHM})_{\min} = 0.375\lambda/NA_{\max}, \quad (12)$$

可以理论计算得到聚焦光斑的最小值. 另外, (11)和(12)式也表明了聚焦光斑的最小值仅仅取决于光波长和材料的折射系数. 图4给出了在10—60 keV范围内, 焦距为1 m的金刚石、铝和硅Kinoform单透镜所能达到的最小光斑尺寸和最大光强增益, 其中横轴坐标 $E$ 代表光子能量, 纵轴坐标 $d_t$ (FWHM)表示聚焦光斑的半高全宽,  $I/I_0$ 表示光强增益, 粉色、灰色和黄色曲线分别代表金刚石、铝和硅. 图4(a)中, 实线是模拟结果, 虚线是理论计算值. 由于材料或多或少都对X射线有一些衰减, 所以忽略了衰减的理论计算值比模拟值略小的因素. 去除计算误差的影响, 三种材料所能达到的最小焦斑几乎不随光子能量的变化而变化, 并且都在12—15 nm之间. 硅材料的聚焦光斑最大, 约为15 nm; 铝材料的聚焦光斑约为14.2 nm; 金刚石材料的聚焦光斑最小, 约为12.3 nm. 图4(b)中, 三种材料的最大光强增益都在四个量级以上, 并且随光子能量的增大而减小. 另外, 在图4(b)所示的10—60 keV光谱范围内, 金刚石材料的光强增益最大, 硅材料的最小. 通过以上比较, 显然金

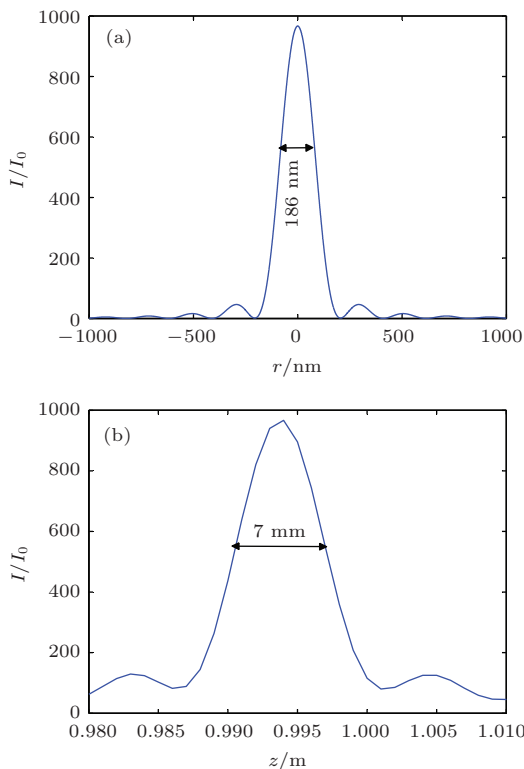


图3 Kinoform单透镜聚焦实例 (a) 焦斑; (b) 焦深  
Fig. 3. An example of the X-ray single Kinoform lens focusing properties: (a) lateral beam profile; (b) axial beam profile.

刚石的聚焦能力更强, 所以本文选择金刚石为设计材料. 然而, 在图 4 中, 30 keV 的模拟结果是在孔径为 1.3 mm 的条件下得到的, 此时的台阶数量为 9787 个, 显然这样的孔径没有达到预先设定的 100 μm—1 mm 范围内, 并且台阶数量过多, 根本无法加工, 因此必须对透镜做进一步的优化设计.

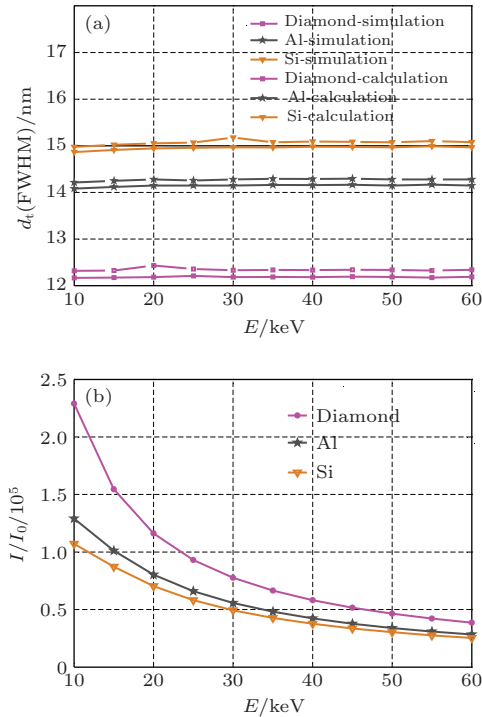


图 4 (网刊彩色) 硅、铝和金刚石材料 Kinoform 单透镜的极限聚焦性能随光子能量的变化 (a) 最小聚焦光斑; (b) 最大光强增益  
Fig. 4. (color online) X-ray single Kinoform lens focusing properties limit as a function of X-ray energy for different materials: (a) minimum lateral beam size; (b) maximum intensity gain.

### 3.2 光子能量

在对透镜做进一步的优化设计前, 有必要先研究光子能量对聚焦性能的影响, 以便分析一个针对某中心光子能量设计的 Kinoform 单透镜能否对其他光子能量聚焦, 并且是否存在最优化的光子能量.

由于 Kinoform 透镜是在折射透镜的基础上形成, 所以它与折射透镜一样具有色散性质. 并且, Kinoform 透镜的台阶厚度  $L_d$  必须严格满足  $L_d = m_1(hc/(E_0\delta_0))$ , 其中  $h$  为普朗克常数,  $c$  为真空中的光速,  $E_0$  为设计针对的中心光子能量,  $\delta_0$  为中心光子能量所对应的折射率差,  $m_1$  为大于等于 1 的整数. 当一个设计好的 Kinoform 单透

镜工作在中心光子能量  $E_0$  以外的某一光子能量  $E$  时, 该光子能量  $E$  在台阶厚度  $L_d$  上产生的位相差  $\Phi = 2\pi L_d \delta E / (hc)$ . 设  $\alpha = L_d \delta E / (hc)$ , 则  $\Phi = \alpha 2\pi$ , 显然当且仅当工作的光子能量  $E$  及其折射率差  $\delta$  使得  $\alpha$  为大于等于 1 的整数时, 位相差  $\Phi$  为  $2\pi$  的整数倍, 该光子能量才能得到 100% 的衍射效率  $\gamma_{m_1} = \text{sinc}^2(\alpha - m_1)$  [29], 进而得到良好的聚焦性能. 例如, 当 Kinoform 单透镜工作于中心光子能量时, 也就是  $\delta = \delta_0$  和  $E = E_0$  时,  $\alpha = m_1$ , 是一个大于等于 1 的整数, 所以可以得到 100% 的衍射效率, 所有的光子能量都汇聚在惟一焦点, 与普通折射透镜的作用完全相同. 对于 Kinoform 单透镜工作于非中心光子能量的情况, 以下用实例加以分析说明.

依然以一个针对 30 keV 光子能量设计的孔径为 200 μm、焦距为 1 m 的金刚石 Kinoform 单透镜为例, 模拟研究该透镜对 10—60 keV 硬 X 射线的聚焦特性, 图 5 给出了聚焦结果. 图 5 中的聚焦性能参数都是在主焦点处获得的, 这里所指的主焦点就是聚焦光强增益最大的焦点. 例如, 图 5(a) 中的 20 keV 光子能量的焦斑  $d_t$  是在  $z = 0.33$  m 处获得的, 而不是  $z = 0.67$  m 处, 这是因为  $z = 0.33$  m 处的光强增益比  $z = 0.67$  m 处的大, 如图 6(b) 所示. 另外, 图 5(a) 中的焦斑尺寸都在 50—200 nm 范围内, 作为中心光子能量的 30 keV 对应的焦斑尺寸为 186 nm, 小于 30 keV 时, 焦斑随光子能量变化较快, 而 30—60 keV 范围内, 由于焦距随光子能量正比例变化(如图 5(d)), 所以焦斑尺寸几乎不变. 图 5(b) 所示的焦深与焦斑有着类似的变化规律. 图 5(c) 所示的光强增益随光子能量的变化曲线出现了两个峰值, 一个在中心光子能量 30 keV 处, 另一个在 10 keV 处. 10 keV 对应的光强增益是 2090, 比中心光子能量 30 keV 对应的光强增益 1000 还要大, 这是因为透镜工作在 10 keV 时,  $\alpha = 3$ , 光子通过台阶  $L_d$  刚好产生  $6\pi$  的位相差, 形成了谐衍射, 所有的光子 100% 聚焦于 3 级衍射焦点上, 并且由于 3 级衍射焦距较短, 致使焦斑尺寸只有 56 nm, 所以聚焦的光子比 30 keV 时更加集中, 光强增益更大. 另外, 由于透镜工作在 20, 40, 50 和 60 keV 时,  $\alpha$  都取不到大于等于 1 的整数, 所以任意级的衍射效率都小于 100%, 其最大衍射效率分别为 41%, 81%, 57% 和 41%, 所以它们聚焦的光子能量较为分散, 有多个焦点, 如图 6 所示. 除了图 6(a) 中的

10 keV 聚焦有明显的惟一峰值, 其余三个光子能量的聚焦都存在多个峰值, 也就是多个焦点. 较为明显的多焦点情形就是图 6 (b) 所示的 20 keV 的

聚焦, 在  $z = 0.33$  m 处的衍射效率为 41%, 在  $z = 0.67$  m 处的衍射效率为 40%, 所以导致了明显的双焦点.

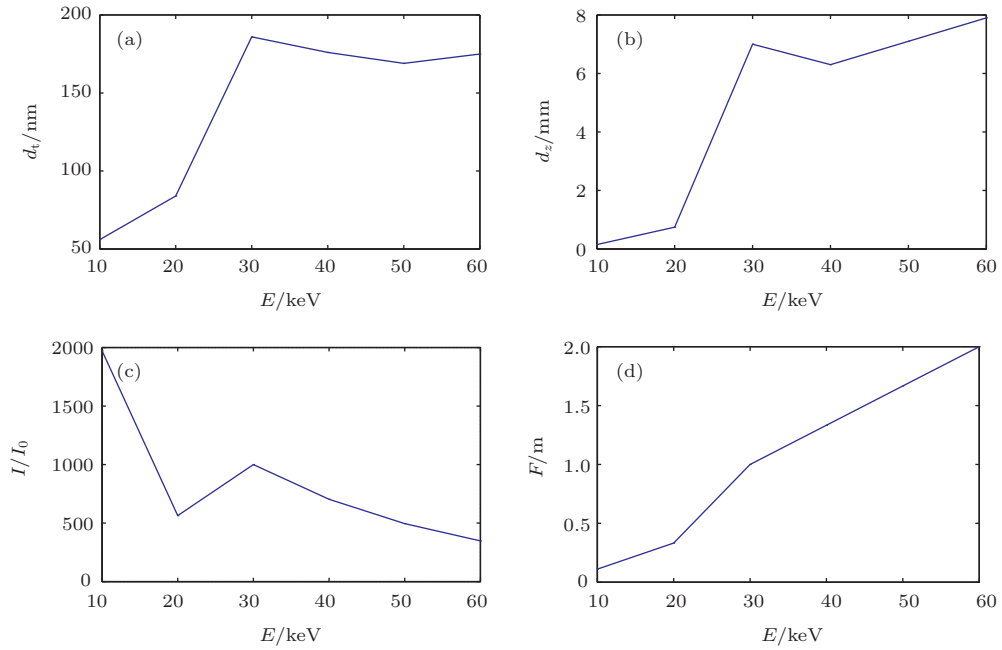


图 5 (网刊彩色) 以 30 keV 为中心光子能量设计的 Kinoform 单透镜的聚焦性能随光子能量的变化 (a) 焦斑; (b) 焦深; (c) 光强增益; (d) 焦距

Fig. 5. (color online) X-ray single Kinoform lens focusing properties as a function of X-ray energy, which is designed for 30 keV: (a) lateral beam size; (b) axial beam size; (c) intensity gain; (d) focal length.

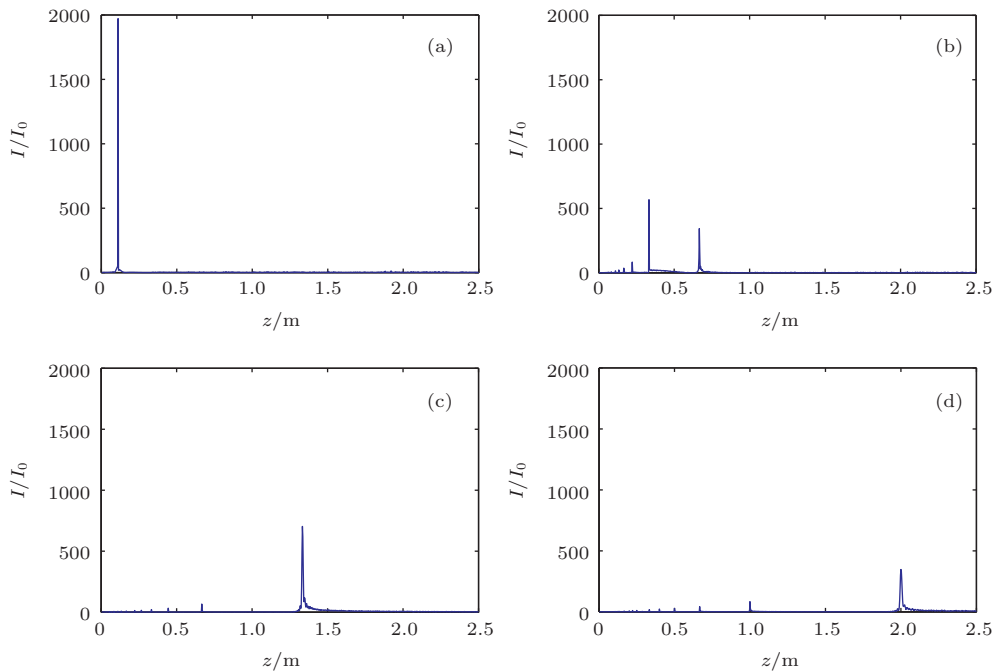


图 6 (网刊彩色) 以 30 keV 为中心光子能量设计的 Kinoform 单透镜聚焦不同光子能量的轴上光强分布 (a) 10 keV; (b) 20 keV; (c) 40 keV; (d) 60 keV

Fig. 6. (color online) Intensity distribution on the optical axis behind an X-ray single Kinoform lens designed for 30 keV with focusing different X-ray energy: (a) 10 keV; (b) 20 keV; (c) 40 keV; (d) 60 keV.

综上所述, 一个针对特定光子能量设计的 Kinoform 单透镜, 除了聚焦与台阶厚度相匹配的光子能量可以得到 100% 的最优聚焦效率以外, 也可以聚焦其他光子能量, 只是聚焦的性能会随着光子能量的不同而有所变化, 典型的差异就是出现了双焦点. 以下基于透镜的聚焦原理分析产生双焦点的原因. 由于折射透镜具有等光程性质, 所以由同一点发出的光子经透镜聚焦后, 必然有相同的位相差, 进而可以相长干涉, 得到 100% 的聚焦效率. 按照光路可逆原理, 折射透镜后表面的光子复振幅分布可以看作是由焦点处发出的一个理想球面波, 沿光轴逆方向, 在空气中传播了焦距的长度后形成. 而 Kinoform 透镜去除了折射透镜厚度中的一部分, 进而破坏了折射透镜的等光程性. 但是, 由于光子的振动具有在位相空间上的  $2\pi$  周期性, 所以只要 Kinoform 透镜中去除的部分, 也就是台阶厚度可以使工作的光子能量产生  $2\pi$  整数倍的位相差, 那么聚焦到焦点处的光子依然可以 100% 的相长干涉, 得到与普通折射透镜一样的唯一焦点. 然而, 为了产生  $2\pi$  整数倍位相差, 同一个台阶厚度必然会对不同光子能量产生选择性, 使那些无法匹配的光子能量得不到效率为 100% 的相长干涉, 光子只能以小于 100% 的效率被聚焦于多个焦点, 每一个焦点就是一个衍射级次. 此时, 依照光路可逆原理, 透镜后表面的光子复振幅分布不再是由某个单一焦点发出的逆向球面波形成, 而是由来自无穷多个衍射焦点的逆向球面波叠加而成. 当这些衍射焦点中的某两个比其他焦点具有显著的光强增益时, 例如图 6 (b), 便产生了双焦点.

### 3.3 台阶数

Kinoform 透镜通常含有很多个台阶, 尽可能减少台阶数量有利于降低透镜的加工难度. 台阶数量与材料、焦距、孔径以及台阶厚度有关. 一般情况下, 焦距和孔径是预先给定的设计目标, 材料是最先优化好的参数, 所以往往只能通过调节台阶厚度以减少台阶数量. 一个针对 30 keV 光子能量、焦距为 1 m 的金刚石 Kinoform 单透镜能够达到的最大孔径是一个椭圆的短轴  $2b = 1.3$  mm, 此时透镜的长度是椭圆的长半轴  $a$ , 而台阶数量  $N = a/L_d$ , 显然增大台阶厚度  $L_d$  会减少台阶数量  $N$ . 然而, 增大  $L_d$  会导致透镜变厚, 进而使光强透过率变小, 可能限制透镜的有效孔径  $D_{\text{eff}}$ , 进而阻碍聚焦光斑的

缩小和聚焦光强增益的变大. 为了详细研究台阶数量对 Kinoform 单透镜聚焦性能的影响, 模拟三种椭圆面型完全相同、台阶数不同、几何孔径均为  $A = 1.2$  mm、焦距都是 1 m 的金刚石材料折射透镜. 第一种设计的台阶数量为 0, 是一个实体透镜; 第二种设计是在实体透镜中去除掉可以产生  $2\pi$  位相差的部分, 形成具有 9787 个长度为  $51 \mu\text{m}$  台阶的 Kinoform; 第三种设计是在实体透镜中去除掉可以产生  $400\pi$  位相差的部分, 形成具有 49 个长度为 10 mm 台阶的 Kinoform. 图 7 所示为三种透镜

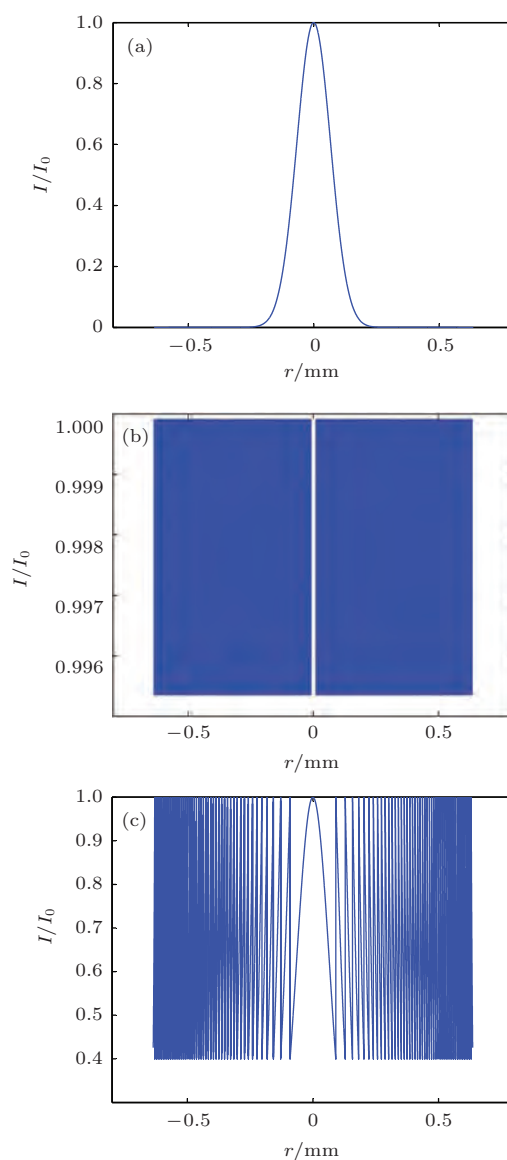


图 7 (网刊彩色) 三种不同设计的光强透过率 (a) 实体透镜; (b) 台阶厚度产生  $2\pi$  位相差的 Kinoform 透镜; (c) 台阶厚度产生  $400\pi$  位相差的 Kinoform 透镜  
 Fig. 7. (color online) Transmission of different lens designs: (a) refractive lens; (b) Kinoform lens with  $2\pi$  phase difference; (c) Kinoform lens with  $400\pi$  phase difference.

的光强透过率. 定义透过率  $T = 1\%$  为阈值<sup>[30]</sup>,  $T \geq 1\%$  的点所对应的孔径大小为有效值. 如图 7(a) 所示, 由于实体透镜的厚度随几何孔径的增大而增大, 其光强透过率呈现高斯分布, 有效孔径  $D_{\text{eff}} = 0.4 \text{ mm}$ ; 在图 7(b) 中, 光强衰减非常小, 透过率的最小值为 0.9955, 所以可以近似认为 Kinoform 透镜是透明的, 其有效孔径  $D_{\text{eff}} = 1.2 \text{ mm}$ , 也就是透镜的几何孔径. 但是, 图 7(b) 中的透过率曲线震荡频率非常高, 这是由于  $2\pi$  位相差 Kinoform 透镜含有 9787 个台阶数, 非常不利于加工; 为了减少台阶数量, 把 Kinoform 透镜的台阶厚度由产生  $2\pi$  位相差增加到产生  $400\pi$  位相差, 导致图 7(c) 中的光强透过率最小值为 0.4, 远比图 7(b) 中的小, 但仍然远大于阈值 0.01, 所以其有效孔径仍然是几何孔径 1.2 mm. 综合以上分析, 由于实体折射透镜受限于边缘 X 射线强衰减的缘故, 其有效孔径较小, 孔径利用率不到几何孔径的 1/3;  $2\pi$  位相差 Kinoform 透镜可以显著增大透镜的有效孔径, 但是由于台阶数目较多, 难以加工; 增加 Kinoform 透镜的台阶长度, 使  $2\pi$  位相差变为  $2m\pi$  ( $m > 1$ , 且为整数) 位相差, 虽然减小了光强透过率, 但是只要合理控制台阶长度, 使光强透过率大于阈值, 仍然可以获得较为理想的有效孔径. 例如, 使用 10 mm 台阶厚度的 Kinoform 单透镜对 30 keV 光子能量的最小透过率为 0.4, 大于阈值 0.01, 使得该 Kinoform 透镜的有效孔径依然为其几何孔径, 并且台阶数量显著减少, 由 9787 个减少到 49 个, 大幅降低了加工难度. 另外, 三种透镜的总透过率分别为 13.23%, 99.76% 和 67.31%, 显然后两种设计的透过率明显高于第一种.

图 8 给出了以上三种不同透镜聚焦 30 keV 硬 X 射线的光斑尺寸. 实体透镜、 $2\pi$  位相差 Kinoform 透镜和  $400\pi$  位相差 Kinoform 透镜分别聚焦得到 66, 13 和 13 nm 的光斑, 与 (12) 式的计算值 64, 12, 12 nm 大致相同. 另外, 从图 8 还可以看出, Kinoform 透镜的聚焦光强增益比实体透镜高出一个量级;  $2\pi$  位相差 Kinoform 透镜与  $400\pi$  位相差 Kinoform 透镜得到的聚焦光斑尺寸完全相同, 但是由于  $400\pi$  位相差 Kinoform 透镜的台阶更长, 所以其聚焦光强增益比  $2\pi$  位相差 Kinoform 透镜的小, 分别为 52200 和 78000.

为了更细致地分析台阶数量与 Kinoform 单透镜聚焦性能的关系, 图 9 给出了透过率、焦斑尺

寸、焦深和聚焦光强增益随台阶数量的变化曲线. 图 9(a) 所示透过率随台阶数量的增大而增大, 当  $N = 10$ , 透过率  $T = 30\%$ . 这意味着只要台阶数量控制在 10 个以上, 焦距为 1 m、孔径为 1.3 mm 的金刚石 Kinoform 单透镜的透过率就会大于 30%. 图 9(b) 所示焦斑尺寸随台阶数的增大而减小, 并且在 13—17 nm 范围内变动. 图 9(c) 所示焦深随台阶数的增大而减小, 其最大值为  $64.9 \mu\text{m}$ , 最小值为  $62.6 \mu\text{m}$ . 图 9(d) 所示聚焦光强增益随台阶数量的增大而增大, 整体保持在四个量级. 总之, 台阶数量的减少会降低 Kinoform 单透镜的聚焦性能, 但是为了便于加工, 在满足设计目标的前提下, 可以适当减少台阶数量, 以降低加工难度.

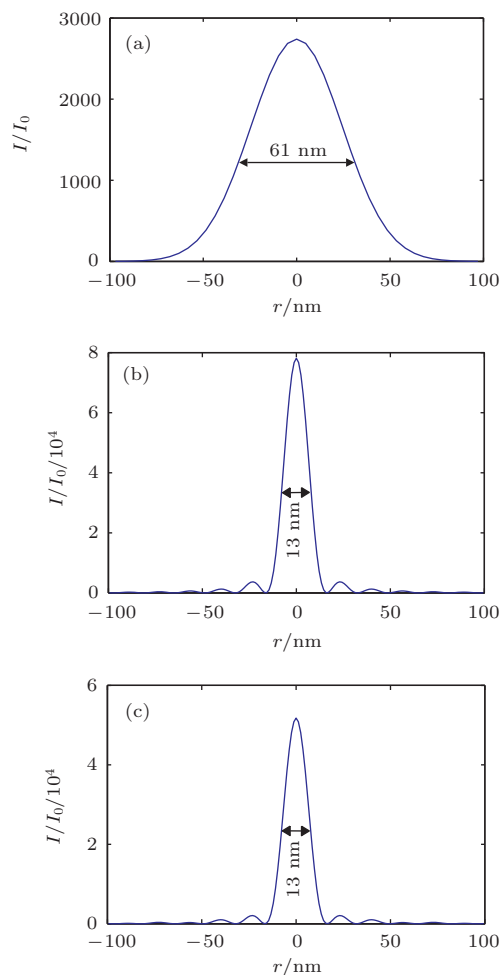


图 8 (网刊彩色) 三种不同透镜的聚焦光斑尺寸 (a) 实体透镜; (b) 台阶厚度产生  $2\pi$  位相差的 Kinoform 透镜; (c) 台阶厚度产生  $400\pi$  位相差的 Kinoform 透镜

Fig. 8. (color online) Lateral focusing beam profile of different lens designs: (a) refractive lens; (b) Kinoform lens with  $2\pi$  phase difference; (c) Kinoform lens with  $400\pi$  phase difference.



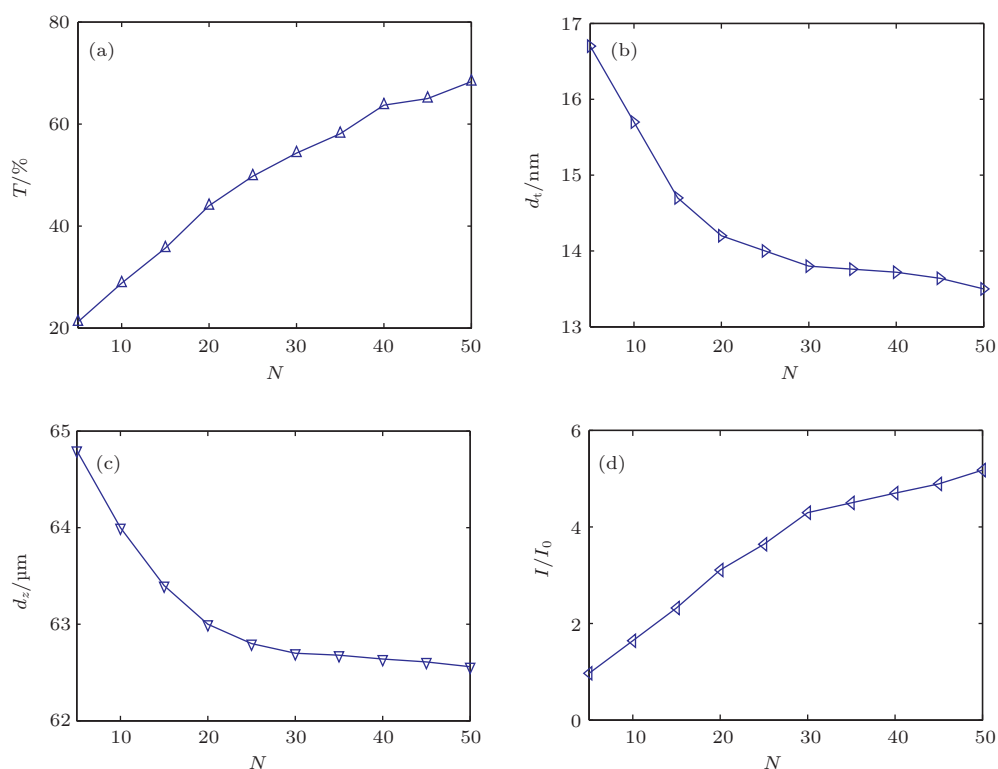


图9 (网刊彩色) Kinoform 单透镜聚焦性能随台阶数的变化 (a) 光强透过率; (b) 焦斑尺寸; (c) 焦深; (d) 增益  
 Fig. 9. (color online) X-ray single Kinoform lens focusing properties as a function of step numbers: (a) transmission; (b) lateral beam size; (c) axial beam size; (d) intensity gain.

### 3.4 顶点曲率半径

经过以上的优化设计, 透镜的台阶数量已经显著减少, 但孔径却依然没有达到目标设计的要求. 因此, 必须寻求其他参数的改变, 以补偿孔径变化对聚焦性能的影响. 由于最小焦斑需要最大  $NA$ , 而最大  $NA$  是在透镜孔径等于椭圆短轴时得到的, 所以在维持其他结构参数不变的情况下, 单纯地减小透镜的孔径必然会使  $NA$  变小, 进而影响透镜的聚焦性能. 针对这个问题, 必须综合调整椭圆的结构参数, 以期在维持透镜聚焦性能不变的基础上使透镜孔径达到预定的设计目标. 由椭圆参数的几何关系可知, 顶点曲率半径  $R = b^2/a$ , 把  $a = f/(1+n)$  和  $b = f[(1-n)/(1+n)]^{1/2}$  代入  $R = b^2/a$ , 得到  $R = f\delta$ . 再把  $f = a(1+n)$  和  $f = b/[(1-n)/(1+n)]^{1/2}$  分别代入  $R = f\delta$ , 就可以得到顶点曲率半径与椭圆长半轴和短半轴之间的单一关系,  $R = \delta a(1+n)$  和  $R = \delta b/[(1-n)/(1+n)]^{1/2}$ . 从以上两个公式可以看出, 当材料选定、光子能量选定后, 改变椭圆的长轴和短轴中的一个, 便可以改变顶点曲率半径  $R$  的大小. 在实际的同步辐射光束线设计中, 经常需要对有效尺寸为几十微米的波

荡器光源做纳米聚焦<sup>[23]</sup>. 所以首先研究孔径分别为 100, 200 和 300  $\mu\text{m}$  的透镜的聚焦性能随曲率半径的变化规律, 而后基于这种规律, 完成本文所给实例的最后一步优化.

通常情况下, 顶点曲率半径会影响透镜的焦距, 进而影响透镜的整体聚焦性能. 如图 10 所示, 孔径为 100  $\mu\text{m}$  的  $2\pi$  位相差 Kinoform 单透镜在顶点曲率半径分别为 600, 800 nm 和 1  $\mu\text{m}$  的条件下, 聚焦 30 keV 硬 X 射线得到了不同的结果. 对比图 10(a)、图 10(b) 和图 10(c), 可以看出焦距和焦斑尺寸都随着顶点曲率半径的增大而增大. 为了详细说明聚焦性能与顶点曲率半径之间的关系, 图 11 给出了孔径分别为 100, 200 和 300  $\mu\text{m}$  三种 Kinoform 单透镜在不同顶点曲率半径条件下对 30 keV 硬 X 射线的聚焦. 如图 11 所示, 顶点曲率半径从 160 nm 增大到 960 nm, 孔径分别为 100, 200 和 300  $\mu\text{m}$  的三种 Kinoform 单透镜的聚焦性能对比表明: 相同的顶点曲率半径, 孔径较大的透镜获得较小的焦斑、较小的焦深和较大的聚焦光强增益; 孔径为 200 和 300  $\mu\text{m}$  的透镜可以获得三个量级以上的聚焦光强增益, 孔径为 100  $\mu\text{m}$  的透镜可以获得的聚焦光强增益在两个量级至三个量级之间; 三

种不同孔径的透镜在顶点曲率半径为160—960 nm范围内都可以获得小于450 nm的聚焦光斑,并且在顶点曲率半径小于250 nm的情况下,三种透镜都可以得到小于100 nm的焦斑,在曲率半径小于960 nm的情况下,100和200 μm孔径的透镜均可以得到小于200 nm的焦斑;三种透镜的焦深都随着顶点曲率半径的增大而增大,当顶点曲率半径大于500 nm,三种透镜都可以获得毫米量级的焦深.从图11还可以看出,三种透镜各自的聚焦性能也呈现出一定的规律.图11(a)所示三种透镜的焦斑尺寸随顶点曲率半径的增大而线性增大;图11(b)

所示三种透镜的焦深随顶点曲率半径的增大而呈指数上升;图11(c)所示三种透镜的聚焦光强增益随顶点曲率半径的增大而呈指数衰减.

依据以上分析得出的变化规律,把图3模拟条件中的曲率半径从810 nm减小至636 nm,使焦距从1 m减小至786.2 mm,此时由39个台阶构成的孔径为1 mm的Kinoform单透镜聚焦30 keV光子能量得到了14 nm的焦斑、62 μm的焦深、40500倍的光强增益和31%的透过率,如图12所示.显然优于图3给出的聚焦结果,并且达到了设计目标的要求.

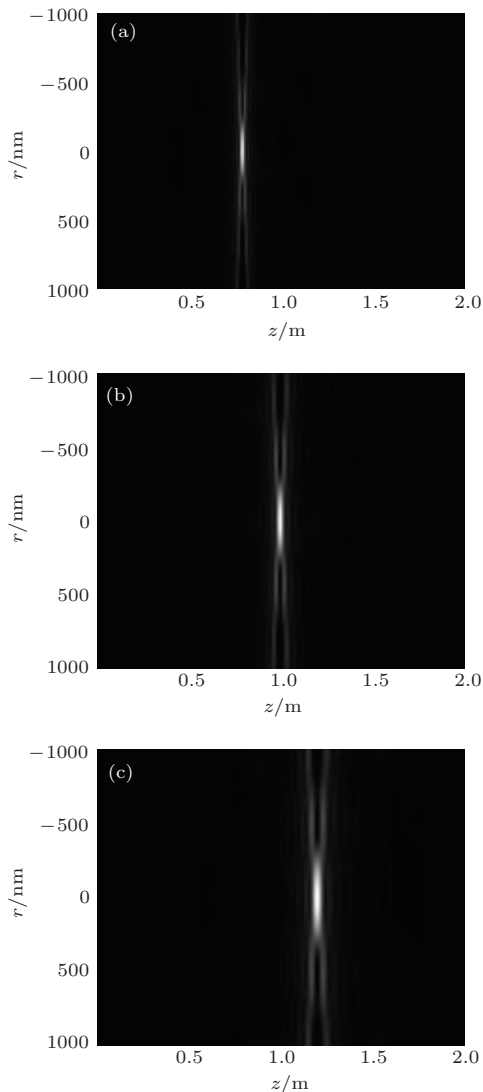


图10 (网刊彩色) 不同曲率半径 Kinoform 单透镜的聚焦光强在透镜后的分布 (a)  $R = 600 \text{ nm}$ ; (b)  $R = 800 \text{ nm}$ ; (c)  $R = 1 \mu\text{m}$   
 Fig. 10. (color online) Intensity distribution behind the X-ray single Kinoform lens with different radii of curvature: (a)  $R = 600 \text{ nm}$ ; (b)  $R = 800 \text{ nm}$ ; (c)  $R = 1 \mu\text{m}$ .

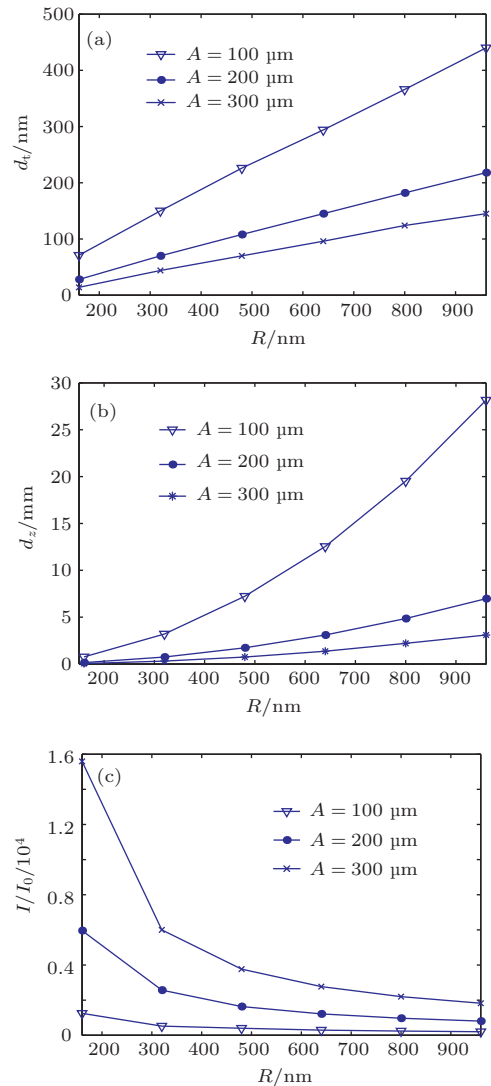


图11 (网刊彩色) 不同孔径 Kinoform 单透镜的聚焦性能随顶点曲率半径的变化 (a) 焦斑; (b) 焦深; (c) 聚焦光强增益  
 Fig. 11. (color online) X-ray single Kinoform lens focusing properties as a function of radius of curvature for different apertures: (a) lateral beam size; (b) axial beam size; (c) intensity gain.

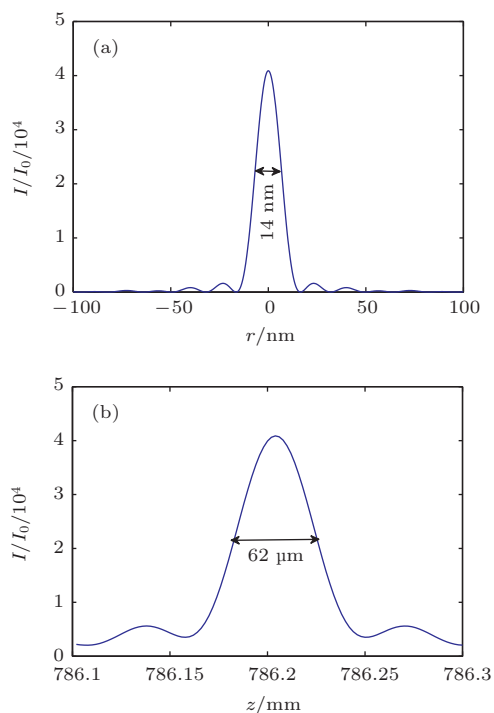


图12 经过优化设计后的 Kinoform 单透镜的聚焦性能 (a) 焦斑; (b) 焦深

Fig. 12. Optimal designed X-ray single Kinoform lens focusing properties: (a) lateral beam profile; (b) axial beam profile.

## 4 结 论

不同于传统的 X 射线组合折射透镜, Kinoform 单透镜仅需一个透镜就可实现硬 X 射线聚焦. 由于 X 射线透过 Kinoform 单透镜的光程较短, 吸收相对较小, 可以获得比组合折射透镜更大的聚焦光强增益.

应用费马原理、菲涅耳-基尔霍夫衍射积分以及傅里叶光学, 建立了 X 射线 Kinoform 单透镜的物理模型. 基于该物理模型, 模拟了硬 X 射线的聚焦, 得到了焦斑尺寸、焦深和光强增益, 在详细分析材料、光子能量、台阶数量和顶点曲率半径对聚焦性能影响的基础上, 对 Kinoform 单透镜进行了优化设计. 研究表明, 金刚石材料 Kinoform 单透镜比硅和铝材料 Kinoform 单透镜的折射能力更强, 能够得到更小的焦斑和更大的光强增益, 所以金刚石是设计和制造 Kinoform 单透镜的优先选择. 以 30 keV 为中心光子能量设计的 Kinoform 单透镜, 可以对 10—60 keV 能带范围内的硬 X 射线聚焦, 且可在 10 keV 得到与中心光子能量 30 keV 类似的唯一焦点和 100% 的聚焦效率. 相对多层膜劳厄镜 (MLL) 工作在任意光子能量处都会产生多个

焦点, Kinoform 单透镜工作在中心光子能量以及与台阶厚度满足匹配关系的非中心光子能量处都能以 100% 的衍射效率把光子聚焦到唯一焦点, 获得远大于 MLL 的聚焦光强增益. 大孔径 Kinoform 透镜的缺点是需要大量的台阶数, 可以适当增加台阶厚度以便减少台阶数量, 从而降低加工难度. 研究发现, 通过控制台阶的厚度使透过率保持在 30% 以上, 仍可保证良好的聚焦性能. 顶点曲率半径会影响透镜的焦距, 对透镜整体聚焦性能有着重要影响, 实际设计过程中必须合理设定顶点曲率半径的大小, 以获得良好的聚焦性能. 优化设计结果表明, Kinoform 单透镜可以在小于 1 m 的焦距范围内得到十几纳米的焦斑、亚毫米量级的焦深和三个量级以上的光强增益, 可以成为众多学科研究中简单高效的聚焦元件.

## 参考文献

- [1] Vartanyants I A, Singer A 2010 *New J. Phys.* **12** 035004
- [2] Yabashi M, Tono K, Mimura H, Matsuyama S, Yamauchi K, Tanaka T, Tanaka H, Tamasaku K, Ohashi H, Goto S, Ishikawa T 2014 *J. Synchrotron Rad.* **21** 976
- [3] Qi J C, Ye L L, Chen R C, Xie H L, Ren Y Q, Du G H, Deng B, Xiao T Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104202 (in Chinese) [戚俊成, 叶琳琳, 陈荣昌, 谢红兰, 任玉琦, 杜国浩, 邓彪, 肖体乔 2014 物理学报 **63** 104202]
- [4] Ice G E, Budai J D, Pang J W L 2011 *Science* **334** 1234
- [5] Sakdinawat A, Attwood D 2010 *Nat. Photon.* **4** 840
- [6] Liu H Q, Ren Y Q, Zhou G Z, He Y, Xue Y L, Xiao T Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 078701 (in Chinese) [刘慧强, 任玉琦, 周光照, 和友, 薛艳玲, 肖体乔 2012 物理学报 **61** 078701]
- [7] Wang Y D, Peng G Y, Tong Y J, Zhou G Z, Ren Y Q, Yang Q, Xiao T Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 054205 (in Chinese) [王玉丹, 彭冠云, 佟亚军, 周光照, 任玉琦, 杨群, 肖体乔 2012 物理学报 **61** 054205]
- [8] Döring F, Robisch A L, Eberl C, Osterhoff M, Ruhlandt A, Liese T, Schlenkrich F, Hoffmann S, Bartels M, Salditt T, Krebs H U 2013 *Opt. Express* **21** 19311
- [9] Huang X, Yan H, Nazaretski E, Conley R, Bouet N, Zhou J, Lauer K, Li L, Eom D, Legnini D, Harder R, Robinson I K, Chu Y S 2013 *Sci. Rep.* **3** 3562
- [10] Mimura H, Handa S, Kimura T, Yumoto H, Yamakawa D, Yokoyama H, Matsuyama S, Inagaki K, Yamamura K, Sano Y, Tamasaku K, Nishino Y, Yabashi M, Ishikawa T, Yamauchi K 2010 *Nat. Phys.* **6** 122
- [11] Schroer C G, Kurapova O, Patommel J, Boye P, Feldkamp J, Lengeler B, Burghammer M, Riekel C, Vincze L, van der Hart A, Küchler M 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 124103

- [12] Kang H C, Yan H, Winarski R P, Holt M V, Maser J, Liu C, Conley R, Vogt S, Macrander A T, Stephenson G B 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 221114
- [13] Snigirev A, Kohn V, Snigireva I, Lengeler B 1996 *Nature* **384** 49
- [14] Chen Z, Xie H L, Deng B, Du G H, Jiang H D, Xiao T Q 2014 *Chin. Opt. Lett.* **12** 123401
- [15] Snigirev A, Snigireva I 2008 *C. R. Physique* **9** 507
- [16] Elleaume P 1998 *J. Synchrotron Rad.* **5** 1
- [17] Kohmura Y, Awaji M, Suzuki Y, Ishikawa T, Dudchik Y I, Kolchevsky N N, Komarov F F 1999 *Rev. Sci. Instrum.* **70** 4161
- [18] Lengeler B, Schroer C G, Richwin M, Tummler J, Drakopoulos M, Snigirev A, Snigireva I 1999 *Appl. Phys. Lett.* **74** 3924
- [19] Schroer C G, Günzler T F, Benner B, Kuhlmann M, Tummler J, Lengeler B, Rau C, Weitkamp T, Snigirev A, Snigireva I 2001 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A* **467** 966
- [20] Aristov V, Grigoricv M, Kuznetsov S, Shabelnikov L, Yunkin V, Hoffmann M, Vogcs E 2000 *Opt. Commun.* **177** 33
- [21] Schroer C G, Kuhlmann M, Hunger U T, Günzler T F, Kurapova O, Feste S, Frehse F, Lengeler B, Drakopoulos M, Somogyi A, Simionovici A S, Snigirev A, Snigireva I, Schug C, Schroder W H 2003 *Appl. Phys. Lett.* **82** 1485
- [22] Evans-Lutterodt K, Stein A, Ablett J M, Bozovic N, Taylor A, Tennant D M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 134801
- [23] Alianelli L, Sawhney K J S, Barrett R, Pape I, Malik A, Wilson M C 2011 *Opt. Express* **19** 11120
- [24] Kohn V G 2012 *J. Synchrotron Rad.* **19** 84
- [25] Sánchez del Río M 2013 *J. Phys.: Conf. Ser.* **425** 162003
- [26] Canestrari N, Chubar O, Reininger R 2014 *J. Synchrotron Rad.* **21** 1110
- [27] Born M, Wolf E 1980 *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press) p376
- [28] Sales T R M, Morris G M 1997 *Appl. Opt.* **36** 253
- [29] Buralli D A, Morris G M, Rogers J R 1989 *Appl. Opt.* **28** 976
- [30] Lund M W 1997 *J. X-Ray Sci. Technol.* **7** 265

# Focusing performance of hard X-ray single Kinoform lens\*

Chen Zhi<sup>1)2)</sup> Xu Liang<sup>1)2)</sup> Chen Rong-Chang<sup>1)</sup> Du Guo-Hao<sup>1)</sup> Deng Biao<sup>1)</sup>  
Xie Hong-Lan<sup>1)</sup> Xiao Ti-Qiao<sup>1)2)†</sup>

1) (*Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

( Received 10 February 2015; revised manuscript received 25 March 2015 )

## Abstract

Nowadays, X-ray nanoprobes play an important role in many research fields, ranging from materials science to geophysics and environmental science, to biophysics and protein crystallography. Refractive lenses, mirrors, and Laue lenses, can all focus X-rays into a spot with a size of less than 50 nm. To design a refractive lens at fixed wavelengths, absorption in the lens material can be significantly reduced by removing  $2\pi$  phase-shifting regions. This permits short focal length devices to be fabricated with small radii of curvatures at the lens apex. This feature allows one to obtain a high efficiency X-ray focusing. The reduced absorption loss also enables optics with a larger aperture, and hence improving the resolution for focusing. Since the single Kinoform lens can focus hard X-ray into a spot on a nanoscale efficiently, it has very important application prospect in X-ray nano-microscopy and nano-spectroscopy. We present a theoretical analysis of optical properties of the single Kinoform lens. Using Fermat's principle of least time, an exact solution of the single Kinoform lens figure is derived. The X-ray diffraction theory is reviewed. The complex amplitude transmittance function of the X-ray single Kinoform lens is derived. According to Fourier optics and optical diffraction theory, we set up the physical model of X-ray single Kinoform lens focusing. Employing this physical model, we study how the focusing performance of hard X-ray single Kinoform lens is influenced by the material, the photon energy, the number of steps and the vertex radius of curvature. We find that diamond single Kinoform lens can achieve a smaller focusing beam size with higher intensity gain than Al and Si single Kinoform lens. The single Kinoform lens designed at a certain photon energy can also focus other photon energies with different lateral beam sizes, axial beam sizes, intensity gains and focusing distances. The numbers of steps of a single Kinoform lens can be lessened with the thickness of step increasing, while the single Kinoform lens keeps good focusing performance. To improve the focusing performance further, reducing the vertex radius of curvature is proposed. Following these rules, a single Kinoform lens is optimally designed to focus 30 keV hard X-ray down to a lateral size of 14 nm (full-width at half-maximum, FWHM) and an axial size of 62  $\mu\text{m}$  (FWHM) with an intensity gain of four orders of magnitude and transmittance of 30%.

**Keywords:** hard X-ray, Kinoform, focusing, physical optics

**PACS:** 41.50.+h, 78.20.Bh, 42.25.Bs

**DOI:** 10.7498/aps.64.164104

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 81430087, 11275257, 11375257), the Joint Funds of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. U1232205), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB834301), and the External Co-operation Research Project, China (Grant No. GJHZ1303).

† Corresponding author. E-mail: [txqiao@sinap.ac.cn](mailto:txqiao@sinap.ac.cn)